

# 8 REZONANČNÍ METODA

Rezonanční metoda, jejímž principem je stanovení vlastních frekvencí zkušebních těles, umožňuje získat důležité informace o vlastnostech stavebních materiálů, o jejich vnitřní struktuře a také o případných změnách v této struktuře v čase. Pokud je do předmětu z tuhého materiálu vnesen mechanický impulz, dojde k jeho rozkmitání. **Kmitání** (které lze nazvat též oscilací nebo kmitavým dějem) je změna určité veličiny, která zpravidla nastává v čase a která vykazuje opakování nebo tendenci k němu.

Kmitání zkušebního tělesa se může uskutečnit mnoha způsoby, přičemž k vyhodnocení dynamických materiálových charakteristik těles pravidelných geometrických tvarů se používají vlastní frekvence podélného kmitání  $f_L$ , příčného kmitání  $f_f$  a kroutivého kmitání  $f_t$ . **Frekvence** (neboli kmitočet) je fyzikální veličina, která udává počet opakování periodického děje za daný časový úsek. Jednotkou je Hz ( $= s^{-1}$ ).

Vlastní frekvence zkušebního tělesa nastává ve chvíli, kdy z pohledu fyziky dochází k rezonanci. **Rezonance** je snaha určitého systému při některých frekvencích kmitat s větší amplitudou než při ostatních frekvencích, tedy při těchto konkrétních frekvencích kmitat více.

## 8.1 Obecný princip

V případě zkoušení betonu se jako rezonanční frekvence (neboli vlastní kmitočet) označuje jev, kdy dochází k vzrůstu amplitudy vynucených kmitů zkoušeného tělesa na maximum. K tomuto jevu dochází v případě, když je frekvence vnější budící síly shodná s vlastní frekvencí tělesa.

Základní rezonanční frekvence zkušebních těles lze stanovit pomocí dvou možností aplikace rezonanční metody, které jsou založeny na:

- nepřerušovaném (spojitém) kmitání,
- přerušovaném (impulzním) kmitání.

V prvním případě vysílá rezonanční přístroj do materiálu zkušebního tělesa spojité mechanické kmitání. Frekvence tohoto kmitání musí být plynule měnitelná, obvykle v rozmezí od 30 Hz do alespoň 20 kHz. Přístroj musí umět určit odezvu tělesa na vysílanou frekvenci, což znamená, že musí umět měřit (a případně na obrazovce osciloskopu zobrazovat) amplitudu kmitání zkušebního tělesa. Ve chvíli, kdy je zaznamenána nejvyšší amplituda kmitání tělesa, je vysílaná frekvence rovna vlastní frekvenci tělesa.

Druhý způsob stanovení vlastních frekvencí je výrazně jednodušší. Místo poměrně složité aparatury s osciloskopem s obrazovkou je použito mnohem jednodušší zařízení, které se skládá z:

- impulzního kladívka (tzv. impact hammer),
- snímače zrychlení (např. snímač akustické emise),
- osciloskopu (spojeného např. přes USB s počítačem),
- vyhodnocovacího softwaru, který pracuje na principu FFT – rychlé Fourierovy transformace (fast Fourier transform).

## 8.2 Stanovení dynamických charakteristik betonu

### 8.2.1 Postup měření

Stanovení dynamického modulu pružnosti betonu pomocí rezonanční metody se provádí podle normy ČSN 73 1372. Princip metody je výpočet modulu pružnosti v tahu a tlaku, modulu pružnosti ve smyku a Poissonova čísla z vlastních frekvencí betonového zkušebního tělesa. Jednotlivé dílčí části měření mohou přímo navazovat na průběžné vyhodnocení předcházejících částí měření. Je proto při měření vhodné postupovat podle bodů, které jsou dále podrobněji popsány, a to v časové posloupnosti.

### Stanovení rozměrů a hmotnosti zkušební tělesa

Je vhodné si před začátkem měření zhotovit náčrt zkušební tělesa včetně označení rozměrů. Příčné rozměry zkušební tělesa (lze je označit  $a$  a  $b$  nebo  $b$  a  $h$ ) se změří pomocí posuvného měřítka s přesností alespoň na 0,1 mm. Délku zkušební tělesa  $L$  lze stanovit pomocí ocelového pravítka s přesností alespoň na 0,5 mm. Následně se určí hmotnost zkušební tělesa.

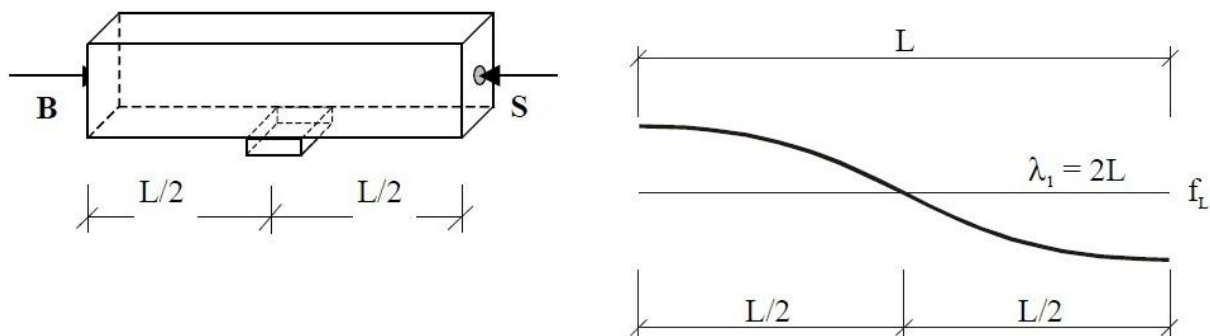
### Stanovení rezonanční frekvence podélného kmitání $f_L$

Před samotným měřením rezonanční metodou je nutné vypočítat hodnotu očekávané vlastní frekvence podélného kmitání  $f_L'$ . Důvodem je velmi obtížné stanovení hodnot vlastních frekvencí neznámého vzorku materiálu. Vždy je proto dobré znát očekávanou vlastní frekvenci, tedy přibližnou hodnotu skutečné vlastní frekvence zkušební tělesa. Vypočítat očekávanou vlastní frekvenci je možné např. z doby průchodu ultrazvukového vlnění tělesem:

$$f_L' = \frac{500}{T} \quad 8.1$$

kde  $f_L'$  je přibližná hodnota vlastní frekvence podélného kmitání v kHz,  
 $T$  je doba průchodu ultrazvukového vlnění zkušebním tělesem ve směru „L“ v  $\mu\text{s}$ .

Při měření rezonančních frekvencí je zkušební těleso rozkmitáno, přičemž jsou známa místa, v nichž vznikají **uzly** a **kmitny** kmitání. Podle sledovaného (vybuzeného) kmitání – může být podélné, příčné nebo kroutivé – musí být těleso uloženo na vhodné podložky (např. gumové) v místě uzlů kmitání a sondy musí být umístěny v místech největších amplitud – tedy v místech kmiten. Preferuje se tím sledované kmitání a ostatní druhy kmitání jsou potlačována. Způsob podepření hranolu pro zjištění vlastní frekvence podélného kmitání je uveden na obrázku 8.1. Sondou je v případě použití impulzního způsobu měření myšleno impulzní kladívko a snímač akustické emise. Další možností je uložit těleso na pružnou podložku (např. molitan), která kmitání tělesa neomezuje.



Obrázek 8.1: Způsob podepření zkušební hranolu a umístění budiče „B“ a snímače „S“ při měření první vlastní frekvence podélného kmitání – vlevo; tvar první vlastní frekvence podélného kmitání – vpravo.

Pokud je k určení vlastní frekvence zkušební tělesa využito spojité kmitání, je přístroj nastaven na frekvenci, která je nižší než vypočtená hodnota rezonanční frekvence  $f_L'$ . Poté se pomalu plynule zvyšuje vysílaná frekvence, až se v blízkosti hledané rezonanční frekvence začne amplituda kmitání, zobrazená na obrazovce přístroje, zvyšovat. Skutečná rezonanční frekvence podélného kmitání  $f_L$  je charakterizována největší výchylkou obrazu na obrazovce (maximální amplitudou).

Pokud je k určení vlastní frekvence zkušební tělesa využito impulzní kmitání, po úderu impulzním kladívkem se v softwaru počítače v podobě křivky vykreslí odezva tělesa na jednotlivé frekvence celého frekvenčního spektra. Skutečná rezonanční frekvence podélného kmitání  $f_L$  je charakterizována jednoznačným vrcholem (tzv. „peak“) znázorněné křivky v blízkosti očekávané frekvence  $f_L'$ .

Kontrola naměřené frekvence se provádí určením druhé vlastní frekvence kmitání tělesa, jejíž hodnota má být dvojnásobkem  $f_L$ .

### Stanovení krouťivé a příčné frekvence

Pro určité podmínky, které jsou definovány tvarem zkušební tělesa a poměrem jeho rozměrů, byl odvozen vztah mezi vlastní frekvencí podélného, krouťivého a příčného kmitání. Přestože u zkušební tělesa, které nemá zcela „přesné“ rozměry (shodné s jmenovitými), nemusí být tyto podmínky stoprocentně splněny, koeficienty vyjadřující poměr vlastních frekvencí lze pro stanovení přibližných hodnot krouťivé a příčné frekvence použít.

Ze **skutečné** vlastní frekvence podélného kmitání  $f_L$  se vypočte očekávaná frekvence krouťivého kmitání:

$$f_t' = \alpha \cdot f_L \quad 8.2$$

kde  $f_t'$  je přibližná (očekávaná) frekvence krouťivého kmitání,  
 $f_L$  je měřením zjištěná vlastní frekvence podélného kmitání.  
 Koeficient  $\alpha$  má pro hranol hodnotu  $\alpha = 0,59$ .

Ze **skutečné** vlastní frekvence podélného kmitání  $f_L$  se vypočte očekávaná frekvence příčného kmitání:

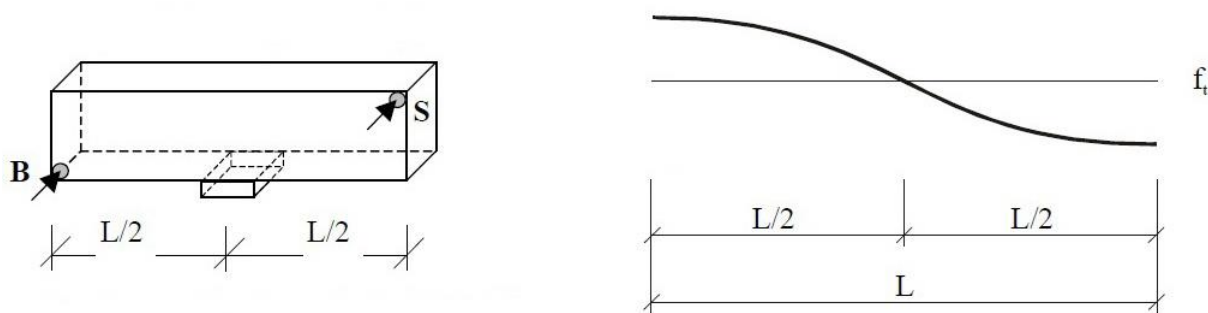
$$f_f' = \beta \cdot f_L \quad 8.3$$

kde  $f_f'$  je přibližná (očekávaná) frekvence příčného kmitání,  
 $f_L$  je měřením zjištěná vlastní frekvence podélného kmitání.  
 Koeficient  $\beta$  závisí na poměru mezi příčným rozměrem a délkou hranolu, hodnoty jsou uvedeny v Tab. 8.1.

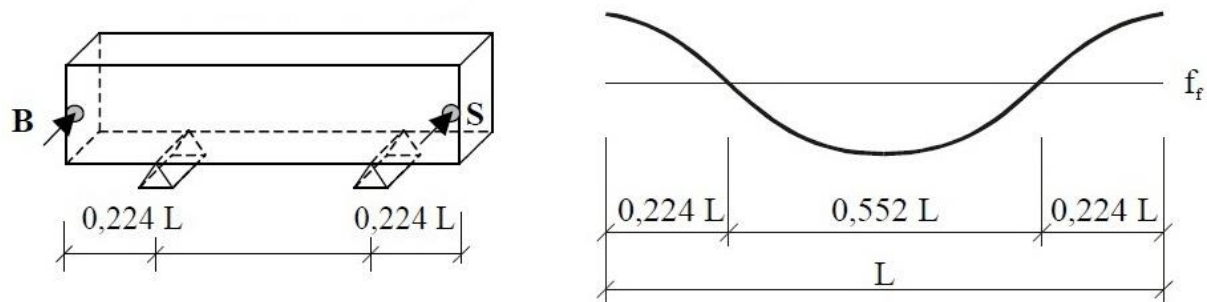
Tabulka 8.1: Hodnoty koeficientu  $\beta$  pro různě dlouhé hranoly.

$a : L$	1 : 3	1 : 4	1 : 5
$\beta$	0,52	0,43	0,36

Umístění podložek a sond (nebo úderu impulzního kladívka a snímače akustické emise) se provede pro krouťivé kmitání podle Obr. 8.2 a pro příčné kmitání podle Obr. 8.3. Postup měření je dále shodný s postupem měření vlastní frekvence podélného kmitání.



Obr. 8.2: Způsob podepření zkušební hranolu a umístění budiče „B“ a snímače „S“ při měření první vlastní frekvence krouťivého kmitání – vlevo; tvar první vlastní frekvence krouťivého kmitání – vpravo.



Obr. 8.3: Způsob podepření zkušebního hranolu a umístění budiče „B“ a snímače „S“ při měření první vlastní frekvence příčného kmitání – vlevo; tvar první vlastní frekvence příčného kmitání – vpravo.

### 8.2.2 Výpočet dynamických vlastností z naměřených hodnot

Hodnota dynamického modulu pružnosti betonu v tlaku a tahu  $E_{cr}$  lze vypočítat dvěma způsoby. První možností je určení modulu pružnosti pomocí podélného kmitání ze vztahu:

$$E_{crL} = 4 \cdot L^2 \cdot f_L^2 \cdot \rho \quad 8.4$$

kde  $E_{crL}$  je dynamický modul pružnosti v tlaku (tahu) v MPa (N/mm<sup>2</sup>),  
 $L$  je délka zkušebního tělesa v m,  
 $f_L$  je naměřená vlastní frekvence podélného kmitání v kHz,  
 $\rho$  je objemová hmotnost materiálu v kg/m<sup>3</sup>.

Hodnotu dynamického modulu pružnosti betonu v tlaku lze určit také pomocí příčného kmitání, a to dle vztahu:

$$E_{crf} = 0,0789 \cdot c_1 \cdot L^4 \cdot f_f^2 \cdot \rho \cdot \frac{1}{i^2} \quad 8.5$$

kde  $E_{crf}$  je dynamický modul pružnosti v tlaku (tahu) v MPa (N/mm<sup>2</sup>),  
 $L$  je délka zkušebního tělesa v m,  
 $c_1$  je korekční součinitel,  
 $f_f$  je naměřená vlastní frekvence příčného kmitání v kHz,  
 $\rho$  je objemová hmotnost materiálu v kg/m<sup>3</sup>,  
 $i$  je poloměr setrvačnosti průřezu zkušebního tělesa v m.

Korekční součinitel  $c_1$  zahrnuje vliv smyku a setrvačnosti. Jeho hodnoty jsou pro odhad Poissonova čísla betonu  $\mu = 0,20$  (což je tabulková, standardně uváděná hodnota) vypsány v Tab. 8.2. Pro výpočet  $c_1$  se musí poměr  $i / L$  uvádět zaokrouhlený na 3 platné číslice. Výslednou hodnotu  $c_1$  je nutné lineárně interpolovat!

Tabulka 8.2: Hodnoty korekčního součinitele  $c_1$ .

$i / L$	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
$c_1$	1,21	1,29	1,40	1,51	1,64	1,78

Poloměr setrvačnosti průřezu zkušebního tělesa je dán vztahem:

$$i = \frac{a}{\sqrt{12}} \quad 8.6$$

kde  $a$  je příčný rozměr hranolu, který je rovnoběžný se směrem úderu impulzního kladívka při zkoušení.

Po výpočtu  $E_{crL}$  a  $E_{crf}$  je výhodné určit, jak moc se vypočtené hodnoty dynamických modulů pružnosti v tahu a tlaku vzájemně liší. Odchylka  $\Delta E_{cr}$  je dána vztahem:

$$\Delta E_{cr} = \frac{E_{crf} - E_{crL}}{E_{crL}} \cdot 100 \quad 8.7$$

Hodnota  $\Delta E_{cr}$  je dána v % a může být jak kladná, tak i záporná. Přesahuje-li však její absolutní hodnota při správně provedeném výpočtu hodnotu 10 %, znamená to, že buď bylo měření provedeno chybně (byla určena minimálně jedna z vlastních frekvencí špatně), anebo zkušební těleso nemá v celém svém objemu rovnoměrný beton (nebo je poškozené, např. mikrotrhlinami).

Kromě modulu pružnosti v tahu a tlaku lze na základě měření rezonanční metodou stanovit také hodnoty dynamického modulu pružnosti betonu ve smyku, a to ze vztahu:

$$G_{cr} = 4 \cdot k \cdot L^2 \cdot f_t^2 \cdot \rho \quad 8.8$$

kde  $G_{cr}$  je dynamický modul pružnosti ve smyku v MPa (N/mm<sup>2</sup>),  
 $k$  je součinitel závislý na tvaru průřezu zkušební tělesa, pro čtverec  $k = 1,183$ ,  
 $L$  je délka zkušební tělesa v m,  
 $f_t$  je naměřená vlastní frekvence kroutivého kmitání v kHz,  
 $\rho$  je objemová hmotnost materiálu v kg/m<sup>3</sup>.

Výhodou rezonanční metody je také možnost určit Poissonovo číslo zkoušeného materiálu. Hodnoty dynamického Poissonova čísla betonu lze určit ze vztahu:

$$\mu_{cr} = \frac{E_{crL}}{2 \cdot G_{cr}} - 1 \quad 8.9$$

Poissonovo číslo  $\mu_{cr}$  může pro běžné materiály nabývat pouze hodnot v intervalu (0; 0,5). Vypočtené Poissonovo číslo se zaokrouhlí na 0,02 a protože se jedná o jeho dynamickou hodnotu, bude pravděpodobně dosahovat mírně vyšších hodnot než je 0,20.

### 8.3 Stanovení mrazuvzdornosti betonu

V případě, že je betonová konstrukce nebo její část vystavena vodě a současně střídavému působení kladných a záporných teplot, je nezbytné zhodnotit, zda na povrch betonu působí také libovolné rozmrazovací činidlo (nejčastěji posypová sůl a následně vzniklý roztok NaCl). Pokud totiž rozmrazovací činidlo na beton působí, degradační procesy jsou naprosto jiné než v případě, kdy je beton vystaven jen vodě a mrazu.

V případě, že rozmrazovací činidlo na beton působí, je výsledkem poškození betonu tzv. odlupování. Odlupování vlivem působení solí (přesněji jejich roztoků) je definováno jako povrchové poškození vzniklé působením mrazu a solného roztoku na povrch betonu a je řešeno v úloze ZB2 v kapitole 9.2.

Konvenční působení mrazu na beton (bez chemických rozmrazovacích látek) je vzhledem k jeho porušení jiné. Když je beton v kontaktu s vodou, pak se vlivem jeho nasákavosti dostane voda do jeho pórové struktury. V případě, že dojde k jejímu zmrznutí, objevuje se riziko vzniku nejdříve mikrotrhlin a poté i trhlin v betonu.

Příčinou je expanze vody při změně z kapalného na pevné skupenství. Voda, která se nachází v kapilárních pórech betonu, se začíná měnit na ledovou tříšť přibližně při teplotě -0,5 °C (počátek mrznutí vody závisí na velikosti pórů, při -12 °C by však měla zmrznout veškerá kapilární voda). Vzniklý led má oproti vodě v kapalném stavu větší objem přibližně o 9 %. Toto rozpínání vody ve formě ledu vede ke vzniku vnitřního napětí v betonu, a to o velikosti řádově desítek MPa. Výsledkem je porušení vnitřní struktury betonu a následné nevratné snížení jeho základních materiálových vlastností.

A právě rezonanční metodu lze použít, kromě určení dynamické hodnoty modulu pružnosti, ke sledování míry porušení vnitřní struktury betonu, tedy ke stanovení jeho odolnosti proti zmrazování a rozmrazování.

### 8.3.1 Princip zkoušky

Podstata zkoušky stanovení mrazuvzdornosti betonu spočívá v určení relativních změn sledovaných vlastností betonu po jeho zmrazování a rozmrazování. V současné době je možné ke stanovení mrazuvzdornosti betonu použít dvou různých norem – ČSN 73 1322 a ČSN 73 1380. Jako hlavní hodnotící kritérium uvažuje norma ČSN 73 1322, která beze změn platí již od roku 1968, pokles pevnosti betonu v tahu ohybem. Norma ČSN 73 1380, která vstoupila v platnost v roce 2007, stanovuje mrazuvzdornost pomocí relativního dynamického modulu pružnosti.

Proces zmrazování a rozmrazování je u novější normy poměrně složitý, a proto se v praxi používá sporadicky. Obvykle se beton zkouší podle normy ČSN 73 1322, která jako možné hodnotící kritérium zmiňuje kromě referenční pevnosti v tahu ohybem i výsledky nedestruktivních elektroakustických metod. Jeden zmrazovací a rozmrazovací cyklus dle ČSN 73 1322 sestává ze 4 hodin zmrazování na vzduchu, kdy se teplota vzduchu pohybuje v rozmezí -15 °C až -20 °C, a ze 2 hodin rozmrazování ve vodě o teplotě +20 °C. Jeden zmrazovací a rozmrazovací (anglicky freeze-thaw, zkráceně **F-T**) cyklus tedy trvá 6 hodin. Ochlazování na požadovanou teplotu probíhá plynule po dobu 1,5 hodiny. Zkušební tělesa se podrobují požadovanému počtu cyklů po etapách, nejčastěji po 25 cyklech, tzn. po 1 týdnu.

### 8.3.2 Relativní změna dynamického modulu pružnosti

Aby bylo možné vyhodnotit změnu dynamického modulu pružnosti betonu v tahu a tlaku, tedy stanovit relativní dynamický modul pružnosti (**RDM**) pomocí rezonanční metody, je nutné provést měření vlastní frekvence podélného kmitání  $f_L$  a vlastní frekvence kroutivého kmitání  $f_t$  zkušební tělesa před začátkem zkoušky a poté i po samotném zmrazování a rozmrazování. Míru porušení vnitřní struktury lze určit na základě výpočtu dle vztahu:

$$RDM_n = \left(\frac{x_n}{x_0}\right)^2 \cdot 100 \% \quad 8.10$$

kde  $RDM_n$  je relativní dynamický modul pružnosti v tahu a tlaku v %,  
 $X$  je měřená vlastní frekvence v Hz,  
 $n$  je měření po počtu  $n$  zmrazovacích a rozmrazovacích cyklů,  
 $0$  je počáteční měření.

### 8.3.3 Postup měření

Všechna zkušební tělesa tvaru hranolu s jmenovitými rozměry 100 × 100 × 400 mm ze zkoušeného betonu (min. počet je 3 ks) musí být před začátkem měření nesmazatelně označena. Zkušební hranoly se ve stáří 28 dní vyjmou z vodní lázně. Po stanovení jejich hmotnosti a rozměrů se určí místa, kde bude umístěn snímač akustické emise a kam bude veden úder impulzním kladívkem. Tato místa musí být po celou dobu měření neměnná, stejně jako orientace tělesa při jeho umístění na podložku. Zpravidla se hranol pokládá tak, že původní horní povrch při výrobě (hrubá stěna) je při zkouškách stěnou boční – zadní.

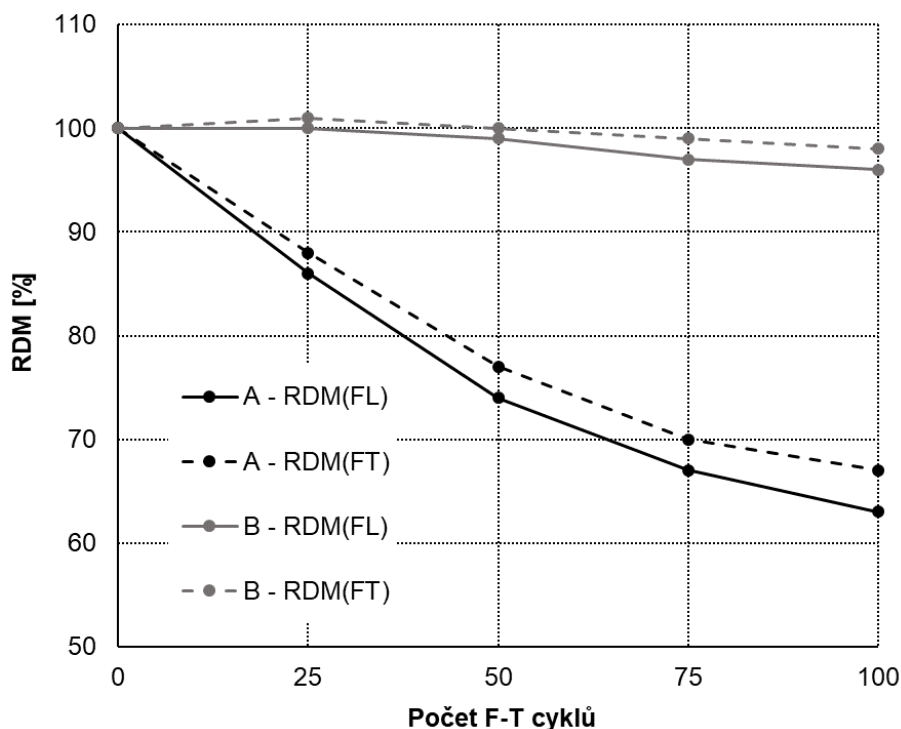
Měření vlastních frekvencí podélného a kroutivého kmitání probíhá dle postupu uvedeného v bodě 8.2.1. Toto prvotní měření je tzv. „nulté“ a k němu jsou následně vztaženy výsledky dalších měření.

Následně jsou všechny hranoly umístěny do zkušebního automatizovaného cyklovacího zařízení KD20 a je zahájeno zmrazování a rozmrazování. Po příslušném počtu F-T cyklů (většinou 25) jsou tělesa vyjmuta ze zmrazovacího boxu. Poté je nutné provést všechna popsaná nedestruktivní měření stejně jako při nultém měření, s výjimkou měření rozměrů těles. Jestliže se jedná o měření po tolika cyklech, že zmrazování bude ještě pokračovat,

tělesa musí být ihned po nedestruktivním zkoušení umístěna zpět do zkušebního automatizovaného zařízení KD20, aby se mohlo ve zmrazování pokračovat.

### 8.3.4. Zpracování výsledků měření

Ze zjištěných hodnot vlastních frekvencí  $f_L$  a  $f_t$  se vypočte relativní změna modulu pružnosti betonu v tahu a tlaku  $RDM_n$  dle (8.10). Vypočtené hodnoty se vynesou do grafu jako závislost relativní změny modulu pružnosti na počtu zmrazovacích a rozmrazovacích cyklů. Ukázka takového grafu je na Obr. 8.4. Výsledky na zvoleném grafu jednoznačně ukazují, že beton „A“ není mrazuvzdorný, neboť jeho dynamický modul pružnosti poklesl po 100 F-T cyklech pod 70 % původní hodnoty. Naopak zkoušený beton „B“ nevykazuje téměř žádné porušení vnitřní struktury, a je proto mrazuvzdorný.



Obr. 8.4: Ukázka grafického znázornění relativních dynamických modulů zkoušených betonů.

Norma ČSN 73 1380 neuvádí žádné kritérium, o kolik může RDM poklesnout, aby mohl být beton ještě prohlášen za mrazuvzdorný. Norma ČSN 73 1322 uvádí, že pokud je pokles pevnosti v tahu ohybem vyšší než 25 %, nejedná se o mrazuvzdorný beton. Pro potřeby cvičení je stejná podmínka aplikována i na RDM – beton lze tedy prohlásit za **mrazuvzdorný, pokud RDM neklesne pod 75 %** po požadovaném počtu F-T cyklů.

Hlavní výhodou nedestruktivního měření hranolů při zkoušce mrazuvzdornosti je získání komplexního obrazu o chování každého jednotlivého trámce v celém průběhu zkoušky. Často se ukazuje, že jednotlivé trámce se od ostatních liší např. nedostatečným zhutněním či přítomností lokální dutiny, která se stává zdrojem šíření poruch dříve než zbývající část tělesa. Nedestruktivní metody mají význam zejména při vývoji nových receptur betonu, neboť snižují počet těles nutných pro zkoušku.

Protokol <b>REZONANČNÍ METODA</b>	<b>R</b>
Vyučující:	

## STANOVENÍ DYNAMICKÝCH CHARAKTERISTIK BETONU

Na zkušebním hranolu stanovte dynamické parametry: modul pružnosti v tahu a tlaku, modul pružnosti ve smyku a Poissonovo číslo.

Rozměry, hmotnost, výpočet objemové hmotnosti, náčrt měření:

Stanovení vlastních frekvencí zkušebního hranolu:

Vyhodnocení:

$E_{ctL} =$

$E_{crf} =$

$G_{cr} =$



$\mu_{cr} =$

$\Delta E_{cr} =$

Dílčí závěr:

---

---

---

## STANOVENÍ MRAZUVZDORNOSTI BETONU

Na betonech „A“ a „B“ určete míru porušení jejich vnitřní struktury vlivem zmrazování a rozmrazování. Pro zhodnocení mrazuvzdornosti posuzovaných betonů použijte RDM, posouzení proveďte pro 100 zmrazovacích a rozmrazovacích (F-T) cyklů.

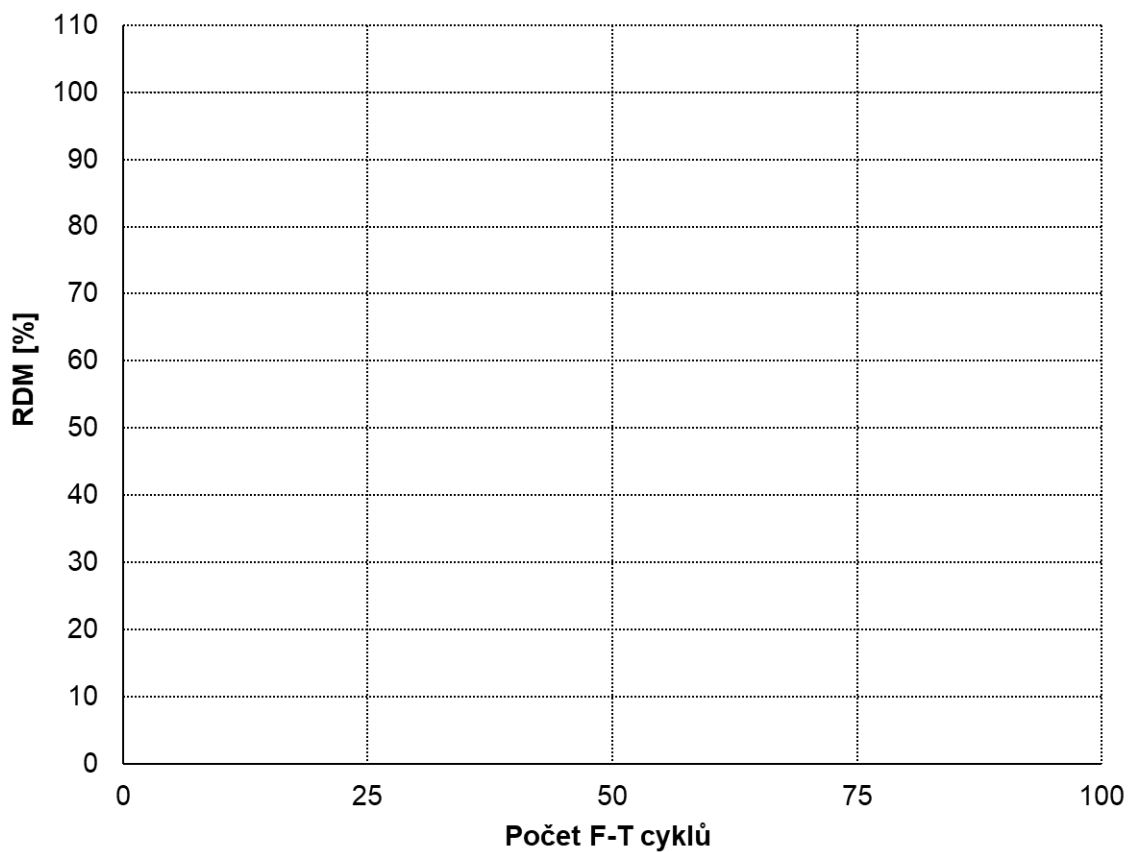
Stanovení vlastních frekvencí po 0, 25, 50, 75 a 100 F-T cyklech:

počet cyklů	beton A		beton B	
	$f_L$ [Hz]	$f_t$ [Hz]	$f_L$ [Hz]	$f_t$ [Hz]
0				
25				
50				
75				
100				

Výpočet RDM:

počet cyklů	beton A		beton B	
	RDM(FL)	RDM(FT)	RDM(FL)	RDM(FT)
0				
25				
50				
75				
100				

Grafické zhodnocení:



Dílčí závěr:

---

---

---

Zkoušky provedl/a a protokol zpracoval/a:

---